

裂纹方向对隧道稳定性影响规律的研究

李元鑫, 朱哲明, 刘 凯, 范君黎

(四川大学 建筑与环境学院, 成都 610065)

摘 要: 采用模型试验和数值模拟方法, 研究单轴压缩载荷下带裂纹直墙拱形隧道在不同的裂纹面与隧道垂直边墙之间的夹角 θ 时围岩损伤破坏规律。试验采用水泥砂浆制作成具有不同夹角 θ 的直墙拱形隧道模型, 养护 30 d 后进行加载。数值模拟采用混凝土损伤塑性模型, 计算出隧道周边各点的应力和裂纹尖端的应力强度因子, 与模型试验结果吻合较好。结果表明, 拱肩处的裂纹会降低隧道的整体稳定性及强度, 在裂纹尖端及侧壁产生很大的应力集中, 但随着 θ 角度的变化, 强度降低的程度有所不同; 当 $\theta = 60^\circ$ 和 $\theta = 130^\circ$ 时, 裂纹对其整体稳定性及强度的影响最大, 其裂纹尖端的应力集中现象最为明显, 而且破坏应力峰值仅为无裂纹模型的 40.9% 和 41.8%。

关 键 词: 裂纹方向; 隧道; 数值模拟; 应力强度因子

中图分类号: U 452

文献标识码: A

Study of effect of cracking orientation on tunnel stability

LI Yuan-xin, ZHU Zhe-ming, LIU Kai, FAN Jun-li

(School of Architecture and Environment, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: In order to investigate the effect of cracking orientation on the stability of tunnel surrounding rocks, experimental and numerical studies were implemented. In the experiment, cement mortar models with different cracking orientations were made and loaded after cured room temperature for 30 days. In the numerical simulation, the concrete damaged plasticity was adopted. The stresses at the points around the tunnel and the stress intensity factor of crack tips were calculated; the results were in good agreement with the experimental results. The results show that cracks in the spandrel can reduce the stability and strength of tunnels, and induce a great stress concentration at the crack tip and the sidewall of tunnels; but this phenomenon exist in differences due to the angle between cracks and sidewalls. When $\theta = 60^\circ$ and $\theta = 130^\circ$, cracks produce the most serious effect on the stability and strength of tunnels; and the peak of damage stress are only 40.9% and 41.8% of that of tunnels without cracks.

Key words: cracking orientation; tunnel; numerical simulation; stress intensity factor

1 引 言

在隧道爆破掘进过程中, 爆炸应力波往往使隧道周边产生大量的径向裂隙, 而裂隙的存在会降低隧道的稳定性, 并有可能诱发如岩爆等大的工程灾害。

赵景影^[1]认为节理面是隧道失稳破坏的关键所在。结构面的方位、密度、组合关系及力学特性对岩体变形和破坏规律的影响远较岩石性质的影响更为重要, 周应麟等^[2]、贾蓬等^[3]、任德惠等^[4]、胡厚田等^[5]认为层状结构面倾角大小对围岩的破坏失稳模式有显著的影响, 隧道围岩首先从层间

节理开始破坏。

关于隧道损伤破坏及围岩稳定性问题, 国内外众多学者已进行了研究。Charpentier 等^[6]认为, 地下工程开挖的力学机制在于初始应力的重分布, 开挖可诱发裂隙, 他们通过开展开挖隧道内页岩近场微裂纹形成试验, 对比研究了开挖卸荷作用与构造破裂作用的差别, 还认为泥岩的孔隙度、节理、构造应力方向、岩体的各向异性对岩石的破坏起非常重大的影响。李占海等^[7]就侧压力系数 λ 对马蹄形隧道的损伤破坏进行了数值研究, 认为损伤机制与 λ 密切相关, 当 λ 较小时, 在空间上初始损伤分布

收稿日期: 2013-07-10

基金项目: 国家自然科学基金资助 (No.51074109); 973 国家重大基础研究项目资助 (No.2010CB732005); 科研创新团队资助 (No.IRT1027)。

第一作者简介: 李元鑫, 男, 1986 年生, 博士研究生, 从事岩石力学、隧道开挖过程中周围岩体的变化方面研究。E-mail: yuanxinli328@gmail.com

通讯作者: 朱哲明, 男, 1965 年生, 博士后, 教授, 博士生导师, 从事岩石断裂力学; 冲击波及爆炸力学; 计算力学; 矿山及井下充填的稳定; 构造地质力学教学和研究工作。E-mail: zhemingzhu@hotmail.com

具有较大的离散性,以拱脚、拱肩和拱顶位置为主;当 λ 较大时,初始损伤以拱顶的拉伸损伤位置为主;拱顶垂直方向的位移随 λ 的增大而减小,且随埋深的增加而增大。李永乾等^[8]研究了主应力方向对隧道稳定性的影响,认为主应力与隧道横断面水平轴夹角为 $55^\circ\sim 75^\circ$ 时,隧道破坏时的主应力较大,其稳定性较好; $40^\circ\sim 45^\circ$ 或 90° 时,隧道破坏时的主应力均较低。王吉亮等^[9]、郑颖人等^[10]也研究了隧洞的破坏机制。晏启祥等^[11]将断裂理论应用到含裂纹的盾构隧道中,尝试利用断裂力学理论对含纵向裂纹的盾构隧道进行安全性分析,对盾构隧道的安全性进行评估。黄成盖等^[12]、刘学增等^[13]、李志同等^[14]研究了裂纹对隧道衬砌的影响,认为裂缝的深度和位置对隧道的稳定性的影响规律。这些研究很大程度上推动了人们对隧道破坏机制的认识,促进了国内国际隧道工程建设的发展。但是,隧道所处的地质条件非常复杂,地质状况千变万化,本文选择了裂纹方向对隧道稳定性的影响规律进行研究。

在数值模拟方面,很多专家和学者探索出了一些方法。朱哲明等^[15-19]利用复变函数给出了各种边界条件下裂纹尖端应力强度因子的边界配位计算方法,并提出了压缩载荷下共线裂纹的断裂准则。钱莹等^[20]应用二阶流形元程序,对不同围压下2种隧道断面形式(圆形和直墙拱形)的裂纹起裂与扩展进行了数值模拟,模拟现象与理论分析相符。郑颖人等^[21-23]运用有限元强度折减法,分析了节理岩体隧道的破坏状态及其安全系数。方秦等^[24]认为,混凝土损伤塑性模型可以较为精确地模拟单轴受压、单轴受拉、双轴受压以及双轴受拉状态下混凝土材料的力学性能。

为了进一步研究裂纹方位对隧道稳定性的影响规律,本次进行了试验研究和数值模拟。试验以水泥砂浆为模型材料,可进一步研究隧道变形破坏规律,应用 Abaqus 软件中的混凝土损伤塑性模型进行数值模拟计算,并与试验结果进行比较,得出一些有意义的结论,可为今后的隧道设计、施工提供一定的参考。

2 试验过程及结果

在隧道爆破开挖过程中,隧道周边容易产生很多径向裂隙,这些裂隙对隧道的稳定性有很大影响。为了研究裂隙的影响,本文选择了隧道内的单一裂隙进行研究,如图1所示(隧道内多裂隙影响问题这里不作分析)。

2.1 试验模型及过程

本次试验以直墙拱形隧道为研究对象,将隧道

简化为连续均匀介质模型。采用水泥砂浆作为试验材料,在隧道拱肩预制贯通裂纹,裂纹与隧道垂直边墙的夹角 θ 为 $10^\circ\sim 180^\circ$ 不等,以 10° 为间隔。

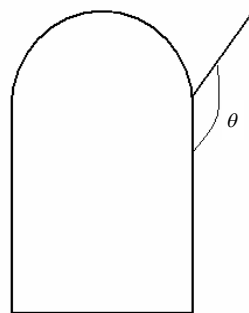


图1 隧道周边的单一裂纹

Fig.1 A crack in a tunnel boundary

试验中制作了19组隧道模型(其中1组试块没有裂纹,标记为 0°),同一角度的模型每组有3块。模型试样尺寸为 $350\text{ mm}\times 350\text{ mm}\times 100\text{ mm}$ 。隧道高60 mm,宽50 mm,隧道拱是半径为25 mm的半圆,见图2。经多次试配,试验最终确定水泥比为水泥:砂:石膏:水为 $1:2.6:0.52:0.3$ 。模型材料的参数见表1。



图2 带裂纹隧道的试验模型

Fig.2 Experimental model of a tunnel with a crack

表1 模型参数

Table 1 Model parameters

弹性模量 E/GPa	泊松比 ν	密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	黏聚力 c/MPa	内摩擦角 $\varphi/(^\circ)$
2.7	0.2	2 375	1.2	15

为了在隧道模型中形成贯穿裂纹,浇筑水泥砂浆之前,将薄塑料片在拱肩处进行黏接固定,薄塑料片厚0.5 mm。固定好塑料片与隧道垂直边墙的夹角 θ ,将混合好的水泥砂浆倒入模具,并养护30 d之后,将薄塑料片抽出,在隧道中便形成长50 mm、厚0.5 mm的贯穿裂纹。

试验使用的是微机控制电液伺服压力试验机(200 t),对试验模型施加竖直方向荷载,见图2。

隧道近似地按平面应力问题进行研究, 侧压力的大小会有一定的影响, 关于不同侧压力下带裂纹隧道的损伤破坏规律将是下一步研究的课题, 本次只进行单轴压缩试验, 即隧道只承受竖向荷载。将试验模型置放在设备正中间后开始加载, 采用分级加载的方式, 以 150 为阶梯逐级加载直至试件破坏, 加载速率选择 15 kN/s。在试验全过程中, 自动记录整个模型的加载时间、位移、应力及应变, 试验结束后自动生成应力-应变曲线。

2.2 试验结果

根据不同 θ 角度试块的试验数据得到试件的应力-应变曲线如图 3 所示。将每组试块的破坏应力峰值求平均值, 其破坏应力峰值与其裂纹倾角 θ 的关系如图 4 所示。

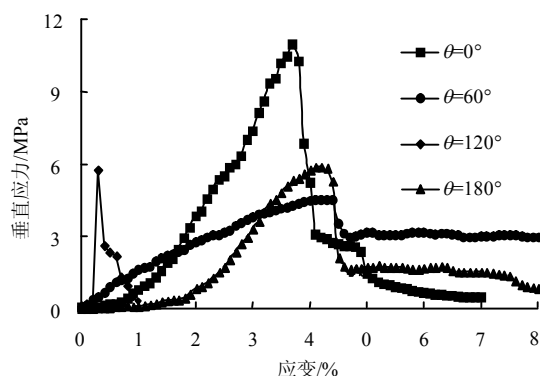


图 3 不同 θ 角度试件得到的应力-应变曲线
Fig.3 Testing stress-strain curves of tunnels with different cracking angles

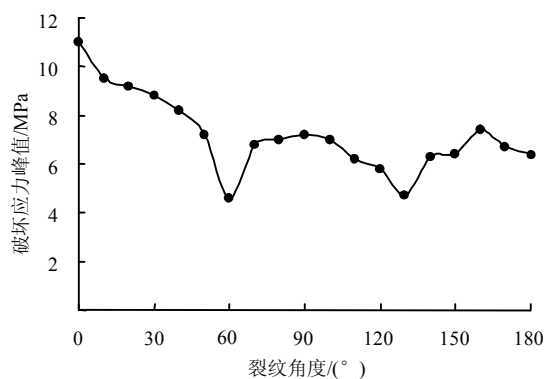


图 4 试块破坏的应力峰值走势图
Fig.4 Failure stresses for specimens with different cracking angles

由图 3、4 可以看出, 随着 θ 的变化, 应力-应变曲线也发生明显的变化, 其离散性较大。当 $\theta=0^\circ$ 时, 即无裂纹试块, 其破坏应力峰值最大, 为 11.00 MPa; 裂纹角度 $10^\circ\sim 60^\circ$ 变化过程中, 破坏应力峰值呈现递减的趋势; $\theta=60^\circ$ 时, 破坏应力峰值最小, 为 4.50 MPa; 裂纹角度从 $60^\circ\sim 90^\circ$ 变化的过程中, 破坏应

力峰值有所增大; $\theta=90^\circ$ 时, 峰值最大为 7.20 MPa; 在裂纹角度从 $90^\circ\sim 130^\circ$ 变化过程中, 破坏应力峰值递减; $\theta=130^\circ$ 时最小, 为 4.60 MPa, 与 $\theta=60^\circ$ 时的破坏应力峰值相当; $\theta=110^\circ$ 和 120° 时, 破坏所用的时间最短。由图可以得出, (1) 对于拱肩处有裂纹的隧道模型, 其稳定性比无裂纹模型的稳定性差, 强度低; (2) 当裂纹与侧壁的夹角为 60° 和 130° 时, 隧道模型的稳定性最差, 其强度分别为无裂纹模型的 40.9% 和 41.8%。

3 数值模拟与试验结果对比分析

为了进一步研究拱肩处裂纹的方向对隧道稳定性的影响, 利用 Abaqus 软件进行了数值模拟研究。

3.1 混凝土损伤塑性模型

本次数值模拟采用混凝土损伤塑性模型, 简化为一个基于塑性的连续介质损伤模型。Abaqus 软件中的混凝土损伤塑性模型采用各向同性损伤弹性结合各向同性拉伸和压缩塑性的模式, 表示混凝土的弹塑性行为, 模拟过程中垂直应力设为 10 MPa。

3.2 数值模拟结果与试验结果对比

试件的有限元模型采用三维 8 节点缩减积分单元 C3D8R 对模型进行离散。有限元计算参数见表 2。

表 2 计算参数

Table 2 Calculating parameters			
弹性模量 E/GPa	泊松比 ν	密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	内摩擦角 $\varphi/(\circ)$
2.95	0.2	2 400	15

用 Abaqus 软件对 19 组模型进行计算, 得出不同 θ 下隧道的 Tresca 应力云图。图 5(a) 为无裂纹模型的应力云图, 最大应力为 6.22 MPa。

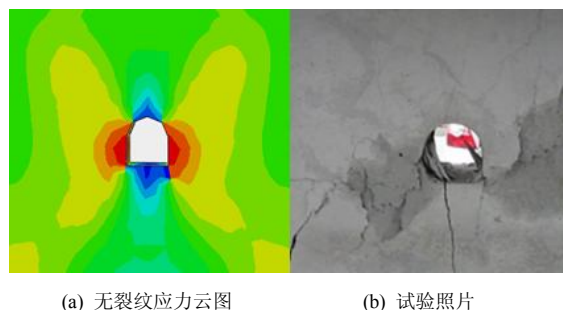


图 5 无裂纹隧道模型应力云图及破坏模式
Fig.5 Nephogram of stresses and failure pattern of a tunnel without cracking

由图 5 可见, 无裂纹模型应力云图非常对称, 应力较大的区域集中于隧道的两侧及底角处, 图 5(b) 为试验照片, 从试验结果来看, 隧道的破坏也

主要集中于隧道的侧壁及底角, 试验结果与数值模拟吻合较好。

图 6(a)为 $\theta = 30^\circ$ 时模型的应力云图。应力极值为 8.151 MPa。从图中可以看出, 应力较大的区域集中在裂纹尖端及侧壁处。图 6(b)为试验照片, 从试验结果来看, 隧道的破坏也主要集中于裂纹尖端及侧壁处, 试验结果与数值模拟吻合较好。

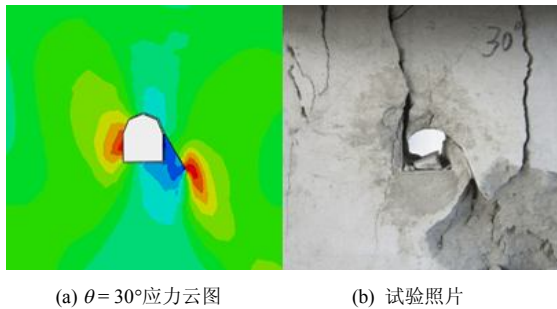


图 6 $\theta=30^\circ$ 隧道模型应力云图及破坏模式
Fig.6 Nephogram of stress and failure pattern of a tunnel with $\theta=30^\circ$ crack

图 7(a)为 $\theta = 60^\circ$ 时模型的应力云图, 应力极值为 10.36 MPa, 应力较大的区域集中在裂纹尖端。图 7(b)为试验照片。从试验结果可见, 隧道的破坏主要集中于裂纹尖端。试验结果与数值模拟吻合较好。

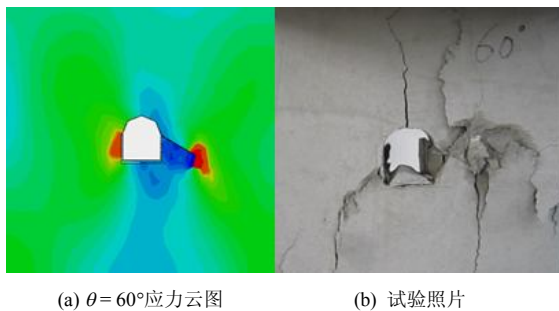


图 7 $\theta=60^\circ$ 隧道模型应力云图及破坏模式
Fig.7 Nephogram of stress and failure pattern of a tunnel with $\theta=60^\circ$ crack

图 8(a)为 $\theta = 130^\circ$ 时模型的应力云图, 应力极值为 9.17 MPa, 应力较大的区域集中在裂纹尖端及侧壁。图 8(b)为试验照片。由图可见, 隧道的破坏主要集中于裂纹尖端及侧壁处, 试验结果与数值模拟吻合较好。图 9(a)为 $\theta=180^\circ$ 时模型的应力云图, 应力极值为 7.03 MPa, 应力较大的区域集中在侧壁; 图 9(b)为试验照片。从试验结果来看, 隧道的破坏主要集中于侧壁, 另外裂纹尖端破坏也很严重, 在图中用红色圆圈做了标记, 试验结果与数值模拟的结果不完全一致, 但有相同的地方。

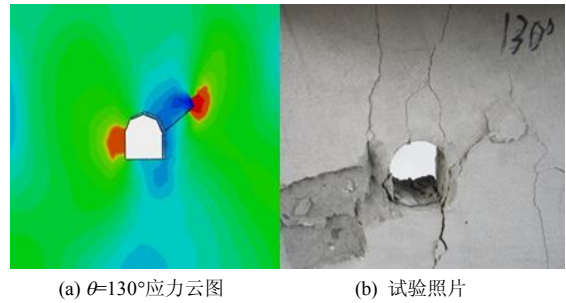


图 8 $\theta=130^\circ$ 隧道模型应力云图及破坏模式
Fig.8 Nephogram of stress and failure pattern of a tunnel with $\theta=130^\circ$ crack

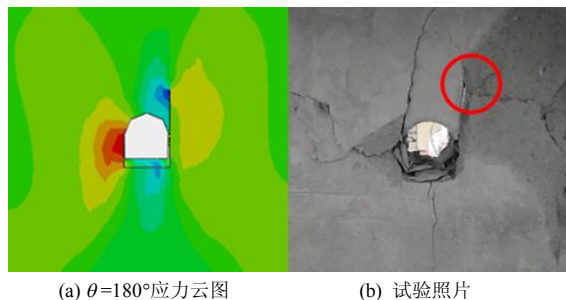


图 9 $\theta=180^\circ$ 隧道模型应力云图及破坏模式
Fig.9 Nephogram of stress and failure pattern of a tunnel with $\theta=180^\circ$ crack

3.3 应力强度因子的数值模拟结果

针对每组模型, 模拟计算其裂纹尖端的应力强度因子 K_2 (II 型裂纹), 如图 10 所示。由图中可以看出, 随着裂纹倾角 θ 的变化, 裂纹尖端应力强度因子发生了很大的变化, 对于 $\theta = 60^\circ$ 和 $\theta = 130^\circ$ 的模型, 其应力强度因子分别为 $20.14 \text{ MPa}\sqrt{m}$ 和 $23.91 \text{ MPa}\sqrt{m}$ (m 为长度, 单位为 m), 为 19 组模型中最大的 2 个值。

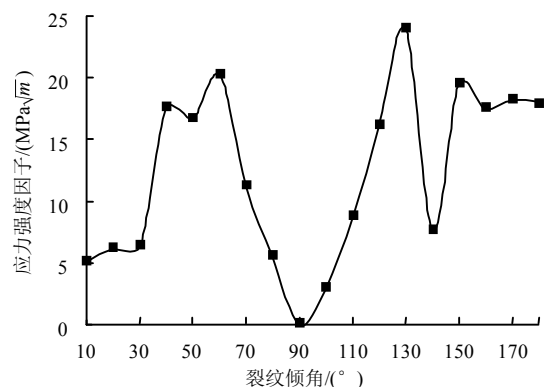


图 10 应力强度因子 K_2 走势图
Fig.10 Curve of stress intensity factor K_2 versus crack angles

在数值模拟过程中, 19 组模型所施加的荷载值是一样的, $\sigma = 10 \text{ MPa}$, 而应力强度因子却有很大的差别。裂纹尖端的应力强度因子越大, 说明应力

集中现象越严重, 裂纹越容易开裂破坏, 这与试验结果中的破坏应力图 4 所得出的结论是一致的, $\theta=60^\circ$ 和 $\theta=130^\circ$ 时模型的强度和稳定性最差。

4 结 论

(1) 拱肩处的裂纹会降低直墙拱形隧道的整体稳定性及强度, 且随着 θ 角度的不同, 强度降低的程度不同。

(2) 当 $\theta=60^\circ$ 和 $\theta=130^\circ$ 时, 其裂纹尖端应力强度因子很大, 其隧道模型的整体稳定性及强度很低, 其破坏应力仅为无裂隙模型的 40.9% 和 41.8%, 强度降低程度超过 50%。

参 考 文 献

- [1] 赵景彭. 节理倾角对层状岩体大断面隧道稳定性研究[J]. 铁道建筑, 2011, 41(9): 58—61.
ZHAO Jing-peng. Studies on stability of large cross section tunnels with joints[J]. **Railway Engineering**, 2011, 41(9): 58—61.
- [2] 周应麟, 邱喜华. 层状岩层围岩隧道稳定性的探讨[J]. 地下空间与工程学报, 2006, 2(2): 345—348.
ZHOU Ying-lin, QIU Xi-hua. Study on stability of stratified rock tunnel[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2006, 2(2): 345—348.
- [3] 贾蓬, 唐春安, 杨天鸿, 等. 具有不同倾角层状结构面岩体中隧道稳定性数值分析[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2006, 27(11): 1275—1278.
JIA Peng, TANG Chun-an, YANG Tian-hong, et al. Numerical stability analysis of surrounding rock mass layered by structural planes with different obliquities[J]. **Journal of Northeastern University (Natural Science Edition)**, 2006, 27(11): 1275—1278.
- [4] 任德惠, 张平. 不同倾角结构面对巷道稳定性的影响[J]. 煤炭学报, 1988, 13(3): 13—19.
REN De-hui, ZHANG Ping. Study on effect of structure plane with varying inclinations on stability of roadway with a 3D model[J]. **Journal of China Coal Society**, 1988, 13(3): 13—19.
- [5] 胡厚田, 孔建, 李晓民. 宝天线 105 隧道裂纹变形的研究[J]. 西南交通大学学报, 1999, 34(1): 6—10.
HU Hou-tian, KONG Jian, LI Xiao-min. Study on the crack deformation of tunnel 105 on Baoji-Tianshui railway[J]. **Journal of Southwest Jiaotong University**, 1999, 34(1): 6—10.
- [6] CHARPENTIER D, TESSIER D, CATHELINEAU M. Shale microstructure evolution due to tunnel excavation after 100 years and impact of tectonic paleo-fracturing. Case of Tournemire, France[J]. **Engineering Geology**, 2003, 70(1/2): 55—69.
- [7] 李占海, 朱万成, 冯夏庭, 等. 侧压力系数对马蹄形隧道损伤破坏的影响研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(增刊 2): 441—448, 468.
LI Zhan-hai, ZHU Wan-cheng, FENG Xia-ting, et al. Effect of lateral pressure coefficients on damage and failure process of horseshoe-shaped tunnel[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(Supp.2): 441—448, 468.
- [8] 李永乾, 朱哲明, 胡荣. 主应力方向对隧道稳定性影响规律的研究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2012, 44(增刊 1): 93—98.
LI Yong-qian, ZHU Zhe-ming, HU Rong. Study on the effect of principal stress orientation on tunnel stability[J]. **Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition)**, 2012, 44(Supp.1): 93—98.
- [9] 王吉亮, 陈剑平, 苏生瑞, 等. 节理岩体隧道塌方机理离散元研究[J]. 中国矿业大学学报, 2008, 37(3): 316—319
WANG Ji-liang, CHEN Jian-ping, SU Sheng-rui, et al. Study of collapse mechanism of tunnels in jointed rock mass by distinct element method[J]. **Journal of China University of Mining & Technology**, 2008, 37(3): 316—319
- [10] 郑颖人. 隧洞破坏机理及设计计算方法[J]. 地下空间与工程学报, 2010, 6(增刊 2): 1522—1532
ZHENG Ying-ren. Failure mechanism and design and calculation method for the tunnel[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2010, 6(Supp.2): 1522—1532.
- [11] 晏启祥, 程曦, 杨征. 断裂理论在含裂纹盾构隧道安全性评价中的应用[J]. 铁道标准设计, 2010, 53(6): 94—96.
YAN Qi-xiang, CHENG Xi, YANG Zheng. The application of the fracture theory in tunnel safety evaluation[J]. **Railway Standard Design**, 2010, 53(6): 94—96.
- [12] 黄成盖, 叶佰建. 隧道二衬混凝土的施工及其裂缝预防措施[J]. 山西建筑, 2009, 35(13): 301—302.
HUANG Cheng-gai, YE Bai-jian. Construction and crack prevention measures of the tunnel 2nd liner building concrete[J]. **Shanxi Architecture**, 2009, 35(13): 301—302.
- [13] 刘学增, 张鹏, 周敏. 纵向裂缝对隧道衬砌承载力的影

- 响分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 31(10): 2096—2101.
- LIU Xue-zeng, ZHANG Peng, ZHOU Min. Analysis of effect of longitudinal cracks on bearing capacity of tunnel lining[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 31(10): 2096—2101.
- [14] 李治国, 张玉军. 衬砌开裂隧道的稳定性分析及治理技术[J]. 现代隧道技术, 2004, 41(1): 29—34, 43.
- LI Zhi-guo, ZHANG Yu-jun. Stability analysis for tunnels with cracked linings and the techniques for repairing the cracked linings[J]. **Modern Tunnelling Technology**, 2004, 41(1): 29—34, 43.
- [15] ZHU Z M, WANG L G, MOHANTY B, et al. Stress intensity factor for a cracked specimen under compression[J]. **Engineering Fracture Mechanics**, 2006, 73(4): 482—489.
- [16] ZHU Z M. New biaxial failure criterion for brittle materials in compression[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 1999, 125(11): 1251—1258.
- [17] ZHU Z M. Evaluation of the range of horizontal stresses in the earth's upper crust by using a collinear crack model[J]. **Journal of Applied Geophysics**, 2013, 88(1): 114—121.
- [18] ZHU Z M. An alternative form of propagation criterion for two collinear cracks under compression[J]. **Mathematics and Mechanics of Solids**, 2009, 14(8): 727—746.
- [19] ZHENG T, ZHU Z M, WANG B, et al. Stress intensity factor for an infinite plane containing three collinear cracks under compression[J]. **Journal of Applied Mathematics and Mechanics**, 2013, Doi: 10.1002/zamm.201300001, 2013-07-29.
- [20] 钱莹, 杨军. 不同侧压下两种断面形式隧道裂纹演化的流形元法模拟[J]. 煤矿安全, 2008, 39(3): 22—25.
- QIAN Ying, YANG Jun. Manifold method simulation of the crack evolution of tunnels with two sections under different lateral pressures[J]. **Safety in Coal Mines**, 2008, 39(3): 22—25.
- [21] 贾蓬, 唐春安, 杨天鸿. 强度折减法在岩石隧道稳定性研究中的应用[J]. 力学与实践, 2007, 29(3): 50—55.
- JIA Peng, TANG Chun-an, YANG Tian-hong. Application of strength reduction method on the stability study of rock tunnel[J]. **Mechanics in Engineering**, 2007, 29(3): 50—55.
- [22] 郑颖人, 王永甫, 王成, 等. 节理岩体隧道的稳定分析与破坏规律探讨—隧道稳定性分析讲座之一[J]. 地下空间与工程学报, 2011, 7(4): 649—656.
- ZHENG Ying-ren, WANG Yong-fu, WANG Cheng, et al. Stability analysis and exploration of failure law of jointed rock tunnel—Seminar on tunnel stability analysis[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2011, 7(4): 649—656.
- [23] 张黎明, 郑颖人, 王在泉, 等. 有限元强度折减法在公路隧道中的应用探讨[J]. 岩土力学, 2007, 28(1): 99—103, 108.
- ZHANG Li-ming, ZHENG Ying-ren, WANG Zai-quan, et al. Application of strength reduction finite element method to road tunnels[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(1): 99—103, 108.
- [24] 方秦, 还毅, 张亚栋, 等. ABAQUS 混凝土损伤塑性模型的静力性能分析[J]. 解放军理工大学学报(自然科学版), 2007, 8(3): 254—260.
- FANG Qin, HUAN Yi, ZHANG Ya-dong, et al. Investigation into static properties of damaged plasticity model for concrete in ABAQUS[J]. **Journal of PLA University of Science and Technology**, 2007, 8(3): 254—260.